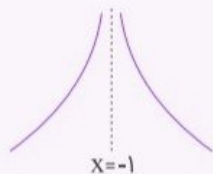


آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : حسابان	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی دوازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۷ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
نمره			

۱ اگر رفتار تابع  $f(x) = \frac{x+3}{x^2+bx+c}$  در اطراف نقطه  $x = -1$  به صورت شکل زیر باشد، مقادیر  $b$  و  $c$  را به دست آورید.



حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

۲ 
$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|}$$

۳ 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3}$$

۴ مجانبهای قائم و افقی منحنی تابع  $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$  را در صورت وجود، به دست آورید. سپس وضعیت نمودار تابع  $f$  را در همسایگی مجانب قائم آن، نمایش دهید.

۵ معادله  $\cos x(2 \cos x - 9) = 5$  را حل کنید.

۶ معادله مثلثاتی  $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$  را حل کنید.

۷ اگر  $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$  حدود  $x$  را به دست آورید.

۸ نمودار توابع زیر را به کمک نمودار تابع  $y = x^2$  رسم کنید.

الف

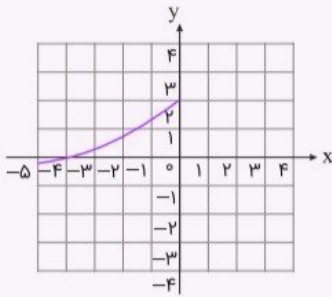
$$y = -x^2$$

ب

$$y = 2x^2 - 1$$

۹ اگر چندجمله‌ای  $x^2 + ax - 2$  بر  $x - a$  بخش‌پذیر باشد، مقدار  $a$  را تعیین کنید.

۱۰ نمودار تابع زیر فقط از قرینه‌یابی و انتقال نمودار تابع  $y = \sqrt{x}$  به دست آمده است. ضابطه این تابع را بنویسید.



کدامیک از جملات زیر درست و کدامیک نادرست است؟

۱۱ تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.

۱۲ می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.

۱۳ می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن غیرصعودی باشد.

۱۴ تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

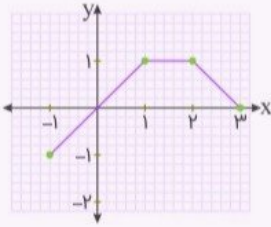
۱۵ معادله  $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$  را حل کنید.

۱۶ معادله مثلثاتی  $\cos 3x - \cos x = 0$  را حل کنید.

۱۷ مجانب قائم منحنی تابع  $f(x) = \frac{1}{x - |x|}$  را به دست آورید.

۱۸

نمودار تابع  $f(x)$  به صورت زیر است. نمودار تابع  $g(x) = f(2x - 1)$  را رسم، دامنه و برد آن را تعیین کنید.



۱۹

مجاانب‌های افقی و قائم تابع  $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{1 - x^2}$  را در صورت وجود به دست آورید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۲۰

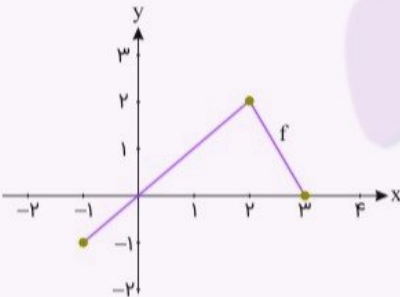
مینیمم تابع  $y = -3 \cos(\pi x) + 2$  برابر با یک است.

۲۱

تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.

۲۲

در شکل زیر، نمودار تابع  $y = f(x)$  رسم شده است. نمودار تابع  $g(x) = -2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$  را رسم کنید.



۲۳

حدود زیر را محاسبه کنید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + x}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1}$$

۲۴ معادله یک تابع سینوسی  $y = a \sin(bx) + c$  را بنویسید که برد آن  $[-4, 4]$  و دوره تناوب اصلی آن ۲ است.

۲۵ اگر خط  $y = 2$  مجانب افقی تابع  $f(x) = \frac{ax^2 + 1}{2x^2 - 3x}$  باشد، مقدار  $a$  را بیابید.

۲۶ مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای  $p(x) = 2x^3 + ax^2 - bx + 2$  بر  $x + 2$  بخش پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر  $x - 1$  برابر با ۲ باشد.

۲۷ نمودار توابع زیر را به کمک نمودار تابع  $y = \cos x$  رسم کنید.

الف

$$y = \cos 2x - 1$$

ب

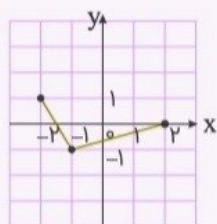
$$y = 2 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$$

۲۸ نمودار تابع  $f(x) = -(x-2)^3 + 1$  را به کمک نمودار تابع  $y = x^3$  رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع  $f$  را بررسی کنید.

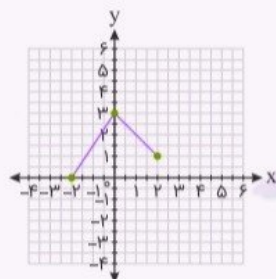
۲۹ نمودار  $y = -3 \sin(x + \frac{\pi}{6})$  را در یک دوره تناوب رسم کنید.

۳۰ کدامیک از خطوط  $x = 3$  و  $x = -1$ ، مجانب قائم تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}$  است؟ دلیل ارائه کنید.

۳۱ نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر است. نمودار  $g(x) = 2f(x+1)$  را رسم کرده و دامنه و برد تابع  $g$  را تعیین کنید.



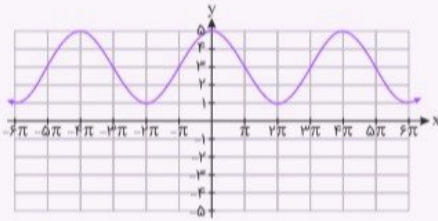
۳۲ نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع  $g(x) = f(x-1)$  را رسم کرده و دامنه تابع  $g$  را تعیین کنید.





۳۳

نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه  $y = a \cos bx + c$  است. باتوجه به نمودار، ضابطه آن را مشخص کنید.



۳۴

نمودار تابع  $f(x) = \frac{x+1}{x^3+x}$  در نزدیکی مجانب قائم آن به چه صورتی است؟

۳۵

معادله مثلثاتی  $2\sin^2 x - \sin x = 0$  را حل کرده و جوابهایی که در بازه  $[0, 2\pi]$  هستند را تعیین کنید.

۳۶

معادله مثلثاتی  $\cos 2x + \sin x = 0$  را حل کنید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۳۷

دامنه تابع با ضابطه  $y = kf(x)$  همان دامنه تابع  $y = f(x)$  است.

۳۸

مقادیر  $m$  و  $n$  را چنان به دست آورید که چندجمله‌ای  $x^2 + mx + n$  بر  $(x-2)$  و  $(x+1)$  بخش پذیر باشد.

۳۹

معادله  $\sin x = \sin \frac{x}{2}$  را حل کنید.

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : حسابان	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی دوازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۸ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		نمره

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$(-1)^2 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$$

پاسخ سؤالات ۲ تا ۳

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

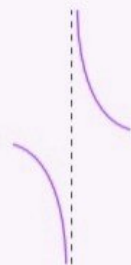
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{6x^3} = \frac{1}{3}$$

در تابع  $f(x) = \frac{(x-3)}{(x-3)(x+3)}$ , خط  $x = 3$ , شرایط مجانب قائم را ندارد.  $(\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{1}{6})$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases}$$

$\Rightarrow x = -3$  مجانب قائم منحنی تابع  $f$  است

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$





ابتدا این معادله را به صورت  $2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0$  می‌نویسیم. با تغییر متغیر  $t = \cos x$  می‌توان معادله فوق را به معادله درجه دوم  $2t^2 - 9t - 5 = 0$  تبدیل کرد.

$$\Delta = 9^2 - 4(2)(-5) = 121 \Rightarrow t = \frac{9 \pm 11}{4}$$

جواب‌های این معادله  $t = 5$  و  $t = -\frac{1}{2}$  است، بنابراین جواب‌های معادله مثلثاتی بالا از حل دو معادله ساده  $\cos x = 5$  و  $\cos x = -\frac{1}{2}$  به دست می‌آیند. از آنجاکه  $\cos x = 5$  جواب ندارد (همواره  $\cos x \leq 1$ )، فقط جواب‌های معادله  $\cos x = -\frac{1}{2}$  را به دست می‌آوریم.

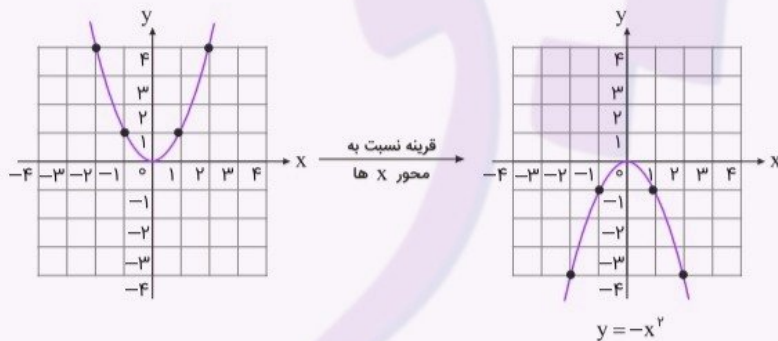
$$\cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} ; k \in \mathbb{Z}$$

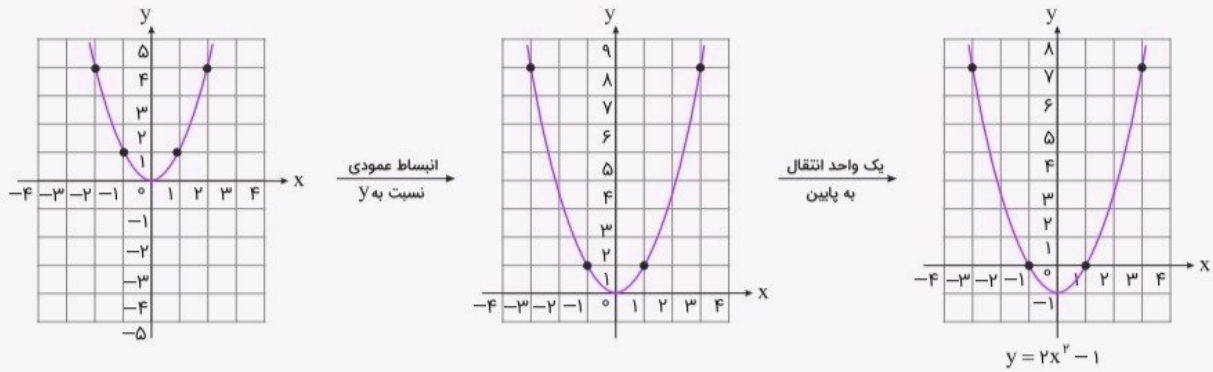
$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

$$\log(x+1) \leq \log(2x-3) \Rightarrow D_{\log} = \left(\frac{3}{2}, +\infty\right) \quad (1)$$

$$x+1 \leq 2x-3 \Rightarrow 4 \leq x \Rightarrow x \in [4, +\infty) \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} x \in [4, +\infty)$$

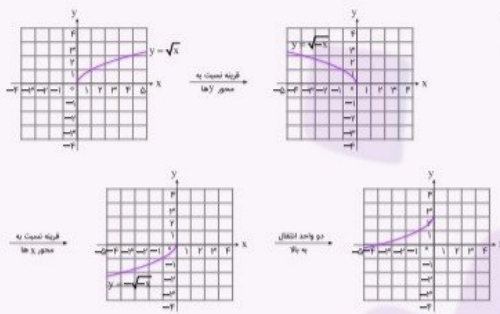




ابتدا ریشه  $x - a$  را به دست می‌آوریم، سپس با قرار دادن آن در  $x^2 + ax - 2$  مقدار باقی‌مانده به دست می‌آید:

$$x - a = 0 \Rightarrow x = a$$

$$x = a : r(x) = a^2 + a^2 - 2 = 0 \Rightarrow 2a^2 - 2 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$



درواقع نمودار تابع  $y = \sqrt{x}$  هم نسبت به محور  $x$  ها و هم نسبت به محور  $y$  ها قرینه شده است و ۲ واحد در راستای قائم به بالا منتقل شده است؛ بنابراین ضابطه تابع برابر است با:  $y = -\sqrt{-x} + 2$

پاسخ سؤالات ۱۱ تا ۱۴

۱۱ نادرست است. تابع تانژانت در هر تناوبش صعودی اکید است و روی دامنه خود غیریکنوا است.

۱۲ نادرست است. تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، صعودی اکید است.

۱۳ نادرست است.

۱۴ درست است.

$$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

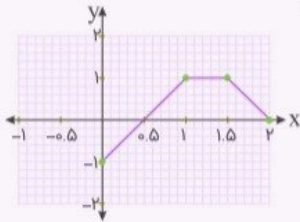
$$\cos 3x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \\ 3x = 2k\pi - x \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi \\ 4x = 2k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$f(x) = \frac{1}{x - |x|} = \begin{cases} \text{تعریف نشده} & ; x > 0 \\ \frac{1}{2x} & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = -\infty \Rightarrow x = 0 \text{ مجانب قائم}$$

$$D_g = [0, 2] \quad R_g = [-1, 1]$$



$$D_f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

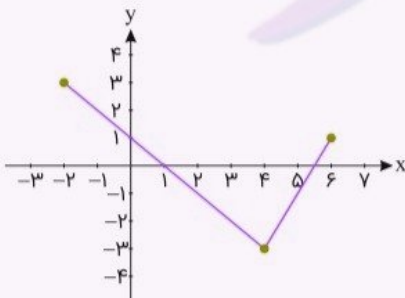
$$1 - x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1: \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 + 1}{(1-x)(1+x)} = \frac{3}{0^-} = -\infty \Rightarrow x = 1 \text{ مجانب قائم} \\ x = -1: \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2 + 1}{(1-x)(1+x)} = \frac{3}{0^+} = +\infty \Rightarrow x = -1 \text{ مجانب قائم} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 1}{1 - x^2} \xrightarrow{\text{بر توان}} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ مجانب افقی}$$

پاسخ سؤالات ۲۰ تا ۲۱

۲۰ نادرست

۲۱ نادرست



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

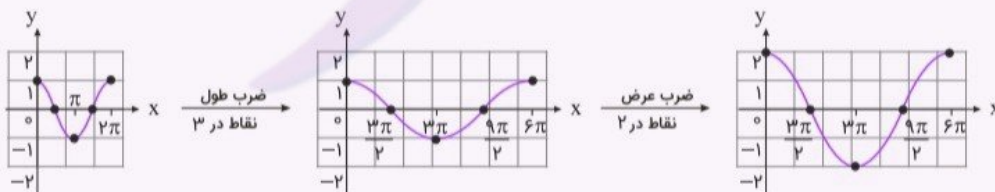
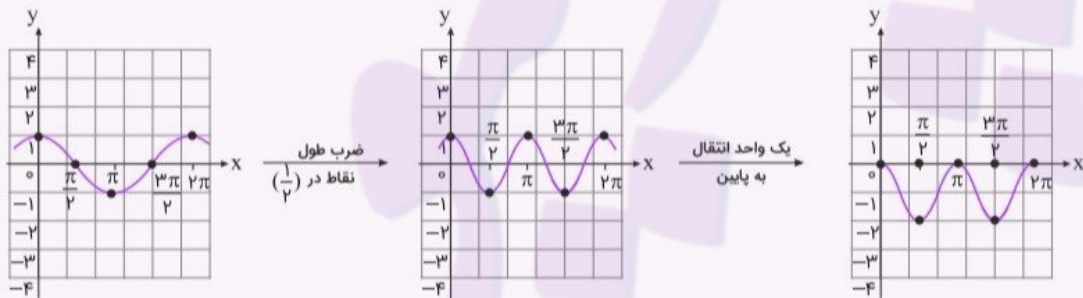
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{5x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{5} = 0$$

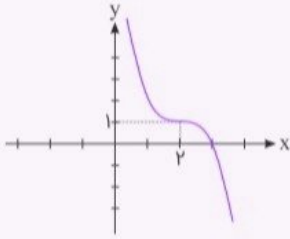
$$\begin{cases} |b| = \frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow b = \pm\pi \\ |a| = \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2 \\ c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \pm 2 \sin(\pm\pi x)$$

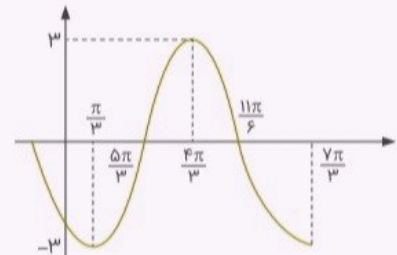
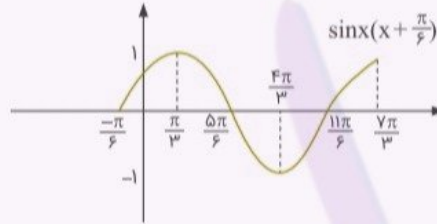
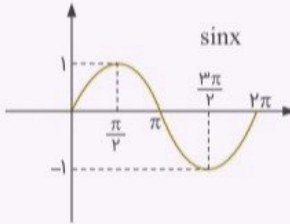
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + 1}{2x^2 - 3x} = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4$$

$$\begin{cases} p(-2) = 0 \\ p(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 2 \\ a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$





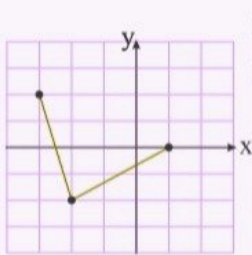
اکیداً نزولی (یا نزولی) است.



$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 4x + 3}{x^3 - 2x - 3} = \infty$$

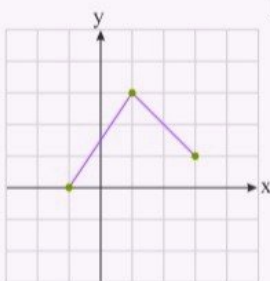
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x + 3}{x^3 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{4}$$

خط  $x = -1$  مجانب قائم منحنی  $f$  است، ولی  $x = 3$  مجانب قائم برای تابع  $f$  نیست.



$$D_g = [-3, 1]$$

$$R_g = [-2, 2]$$



$$D_g = [-1, 3]$$



۳۳

$$c = \frac{\omega + 1}{\gamma} = 3$$

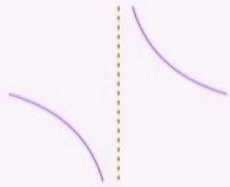
$$|a| = \frac{\omega - 1}{\gamma} = 2, \quad a > 0 \Rightarrow a = 2$$

$$|b| = \frac{\gamma\pi}{\pi} = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow y = \gamma \cos\left(\frac{x}{\gamma}\right) + 3 \quad \text{و} \quad y = \gamma \cos\left(-\frac{x}{\gamma}\right) + 3$$

۳۴

$$x(x^\gamma + 1) = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x^\gamma + x} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x^\gamma + x} = -\infty$$



۳۵

$$\sin x(\gamma \sin x - 1) = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

$$\sin x = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{\gamma}, \quad x = \gamma k\pi + \frac{\omega\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{\omega\pi}{\gamma}$$

۳۶

$$\cos \gamma x + \sin x = 0 \Rightarrow -\gamma \sin^\gamma x + \sin x + 1 = 0 \xrightarrow{\sin x = t} -\gamma t^\gamma + t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \sin x = 1 \\ t = -\frac{1}{\gamma} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{\gamma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma} & ; k \in \mathbb{Z} \\ x = \gamma k\pi - \frac{\pi}{\gamma} & ; k \in \mathbb{Z} \\ x = \gamma k\pi + \frac{\gamma\pi}{\gamma} & ; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۳۷

۳۷

درست

۳۸

$$\begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 + 2m + n = 0 \\ 1 - m + n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -2 \end{cases}$$



$$\sin x = \sin \frac{x}{r} \Rightarrow \begin{cases} x = rk\pi + \frac{x}{r} \Rightarrow x = rk\pi & (1) \\ x = rk\pi + \pi - \frac{x}{r} \Rightarrow x = \frac{rk\pi}{r} + \frac{r\pi}{r} & (2) \end{cases}$$

